



Математика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 3. Наноструктурный анод литий-ионного аккумулятора

1. Обозначим расстояние между центрами капель золота как **A**.

Объем сферической капли золота радиусом **r** составляет

$$V_{Au} = 4/3\pi r^3. \quad (1)$$

Каждая капля получается из фрагмента нанопленки золота объемом

$$V_{Au} = S_0 h, \quad (2)$$

где **S₀** – площадь, приходящаяся на одну каплю золота,
h – толщина исходной пленки золота.

Приравнявая (1) к (2), находим

$$S_0 = \frac{4\pi r^3}{3h}. \quad (3)$$

Рассмотрим правильный треугольник, вершины которого располагаются в центрах соседних атомов золота. Сторона такого треугольника равна **A**, а его площадь составляет

$$S_{\Delta} = 0,5A^2 \sin 60^\circ = A^2 \sqrt{3}/4. \quad (4)$$

На такой треугольник приходится

$$3 \cdot (1/6) = 0,5 \text{ капли золота} \quad (5)$$

(у каждого из треугольников 3 вершины, каждая из вершин является общей для 6 соседних треугольников).

Тогда на одну каплю золота приходится площадь, равная

$$S_0 = S_{\Delta} / 0,5 = A^2 \sqrt{3}/2. \quad (6)$$

Приравнявая (3) к (6), находим расстояние между центрами капель золота

$$A = \sqrt{2 S_0 / \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{8\pi r^3}{3h\sqrt{3}}} \quad (7.1)$$

$$A = \sqrt{\frac{8 \cdot 3,14 \cdot 45^3}{3 \cdot 15\sqrt{3}}} = 171,4 \text{ нм}. \quad (7.2)$$

2. Зная массу и плотность кремния, мы можем рассчитать суммарный объем всех кремниевых нанопроволок:

$$V_{Si} = m/\rho. \quad (8)$$

В то же время, он равен общему объему всех цилиндров радиусом r и длиной L :

$$V_{Si} = N\pi r^2 L, \quad (9)$$

где N – общее число таких цилиндров, которое можно вычислить, зная размеры подложки и площадь, приходящуюся на один цилиндр (3):

$$N = a \cdot b / S_0 = \frac{3abh}{4\pi r^3}. \quad (10)$$

Приравнявая (8) к (9) и подставляя в полученное выражение (10), находим длину кремниевой нанопроволоки:

$$L = \frac{V_{Si}}{N\pi r^2} = \frac{m/\rho \cdot 4\pi r^3}{3abh \cdot \pi r^2} = \frac{4mr}{3abh\rho} \quad (11.1)$$

$$L = \frac{4 \cdot 75 \cdot 10^{-6} \cdot 45 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 15 \cdot 10^{-9} \cdot 2,3 \cdot 10^6} = 3,26 \cdot 10^{-5} \text{ метра} = 32,6 \text{ мкм}. \quad (11.2)$$