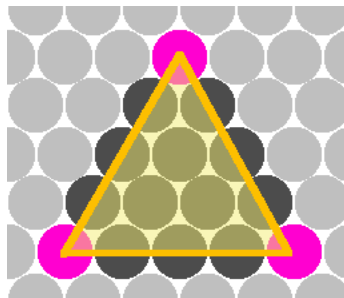




Математика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Задача 7. Полые металлические кластеры как луковица



а) Пример ПМК в форме икосаэдра.



б) Схематичное изображение грани ПМК как фрагмента листа плотноупакованных атомов металла. На ребро этой грани приходится 5 атомов металла.

Рис. 1. Полый металлический кластер (ПМК) представляет собой металлическую оболочку толщиной в один атом, имеющую форму многогранника.

Рассмотрим такие ПМК, все грани которых являются правильными треугольниками (рис. 1б). Предположим, что два ПМК одинаковой формы, но с разным количеством атомов металла, приходящихся на его ребро (n_1 и n_2 , где $n_1 < n_2$) можно вложить друг в друга¹.

1. Выведите формулу зависимости расстояния¹ d между треугольными гранями двух вложенных друг в друга ПМК от n_1 , n_2 и диаметра атома металла D для:
 - а. тетраэдра,
 - б. треугольной бипирамиды,
 - в. октаэдра,
 - г. пятиугольной бипирамиды²,
 - д. икосаэдра².

(5 баллов)

Будем называть плотноупакованной луковицей такую последовательность вложенных друг в друга ПМК, для которой все атомы металла любой нижележащей оболочки будут касаться атомов металла вышележащей оболочки.

2. Выразите расстояние d_0 между соседними слоями¹ в плотноупакованной луковице через диаметр атома металла D . **(2 балла)**
3. Сопоставив d и d_0 , определите, могут ли ПМК в форме
 - а. тетраэдра,
 - б. треугольной бипирамиды,
 - в. октаэдра,

г. пятиугольной бипирамиды,

д. икосаэдра

образовывать плотноупакованную луковицу? Если да, чему в этом случае для нее равен шаг длины ребра $\Delta = n_2 - n_1$ между двумя соседними слоями? **(5 баллов)**

¹При вложении друг в друга центры ПМК совмещаются. Расстоянием между слоями во вложенных ПМК считать расстояние между двумя плоскостями, проходящими через центры атомов, формирующих треугольные грани ПМК, отвечающие каждому из слоев.

²Необходимые стереометрические формулы для этих двух многогранников можно взять из справочных источников.

Всего – 12 баллов