

Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 10. Устойчивость магических кластеров

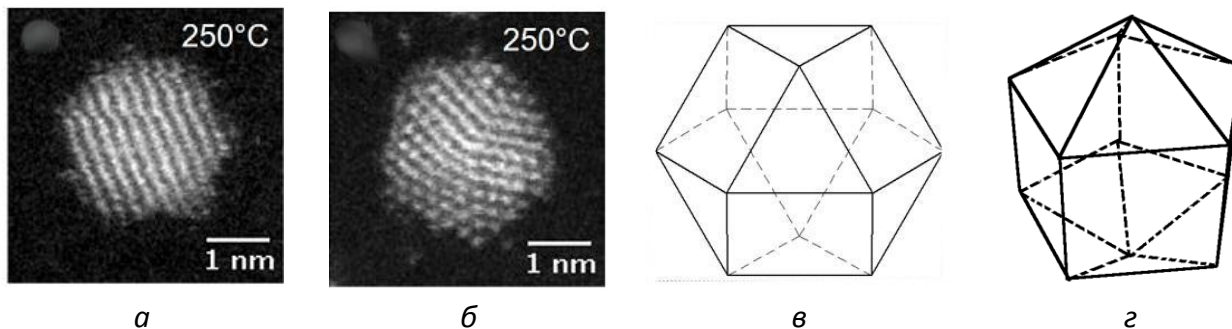


Рис. 1. Изображения золотых кластеров, полученные при помощи сканирующего туннельного микроскопа высокого разрешения: а) кубооктаэдр, б) скошенный икосаэдр. Схематичное изображение многогранников: в) кубооктаэдр, г) скошенный икосаэдр.

Синтез золотых наночастиц в некоторых условиях приводит к получению смеси нанокластеров, в которой есть наночастицы как в форме кубооктаэдров, так и скошенных икосаэдров (рис. 1 а, б). При равенстве длин ребер эти нанокластеры содержат одинаковое число атомов ($N = (10n^3 - 15n^2 + 11n - 3)/3$, где n – число атомов, приходящееся на ребро), то есть, являются изомерами.

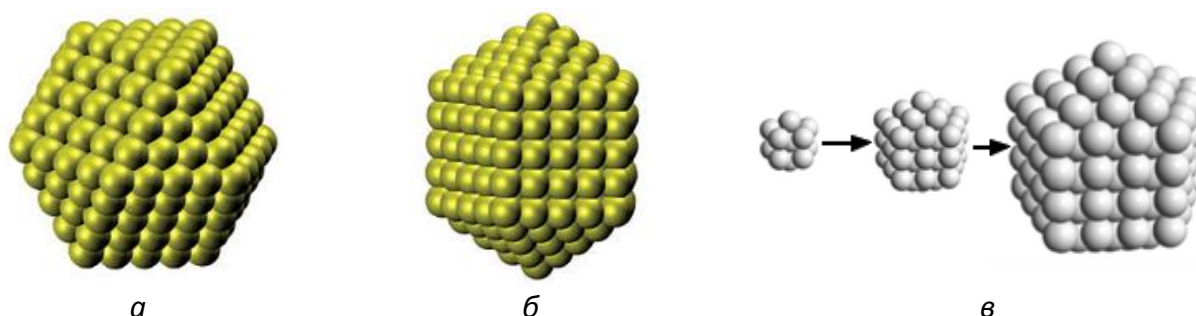


Рис. 2. Трехмерные модели нанокластеров в форме а) кубооктаэдра, б) скошенного икосаэдра. в) Модели нанокластера в форме скошенного икосаэдра для $n = 2, 3, 4$.

- Для нанокластеров обеих форм с $n = 6$ найдите:
 - общее число атомов в нанокластере N и число атомов на его поверхности M ; **(1 балл)**
 - число ближайших соседей у атомов, находящихся в объеме нанокластера; **(1 балл)**
 - сколько типов атомов, отличающихся друг от друга окружением, присутствует на поверхности нанокластера. Опишите их расположение; **(4 балла)**
 - сколько «соседей» у атомов каждого из типов. **(5 баллов)**
- Устойчивость нанокластеров тем выше, чем ближе суммарное количество «соседей» всех атомов к максимально возможному окружению (такому, как в объеме нанокластера). Основываясь на результате, полученном в п. 1, определите, какая из двух форм является более устойчивой. **(2 балла)**

3. Для обеих форм нанокластеров рассчитайте и сравните площадь поверхности многогранников, вершины которых лежат в центрах атомов, расположенных в вершинах нанокластеров. Радиус атома золота принять равным $a = 0,144$ нм.
(3 балла)

Указание. Воспользуйтесь решением задачи «Кубоктаэдр»:

<http://enanos.nanometer.ru/uploads/archive/2017-tasks.pdf> (с.223, 230-231).

Всего – 16 баллов