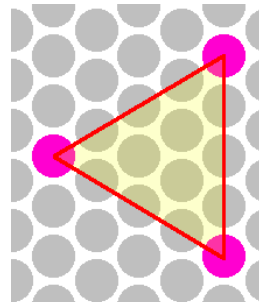


**Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)**  
**Задача 7. Строим полые кластеры из металла**



*а*

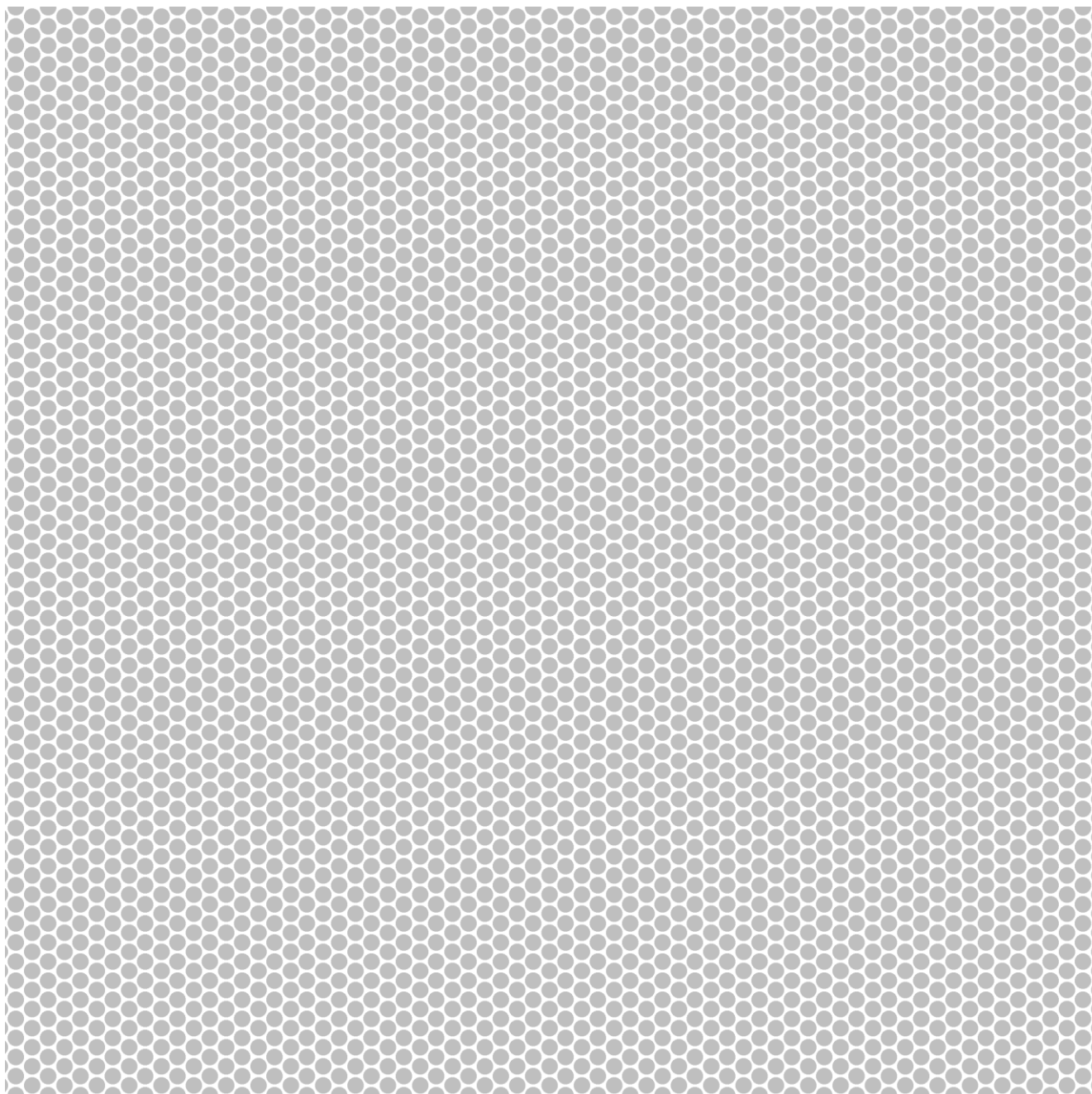


*б*

*Рис. 1. а) Пример ПМК. б) Единичный треугольник «выкройки» – грань ПМК.*

Рассмотрим полые металлические кластеры (ПМК) как металлическую оболочку толщиной в один атом, имеющую форму многогранника (рис. 1а), такого, что все его ребра равны между собой. Эту оболочку легко представить как вырезанную и склеенную «выкройку» из листа атомов металла, составленную из равносторонних треугольников (рис. 1б). При этом в местах склейки вершин «выкройки» (отмечены на единичном треугольнике розовым цветом) атом металла меняет число соседей в зависимости от того, сколько треугольных фрагментов сходится в вершине соответствующего многогранника.

1. Сколько соседей могут иметь атомы металла, расположенные в местах склейки единичных треугольников «выкройки» (то есть, сколько типов вершин могут иметь многогранники ПМК)? **(1 балл)** Какие еще правильные многоугольники могут быть гранями ПМК? **(1 балл)**
2. Воспользовавшись теоремой Эйлера для выпуклых многогранников, найдите и опишите (указав число вершин, ребер и граней) все многогранники, гранями которых являются треугольники, а вершины относятся не более чем к двум типам одновременно. **(6 баллов)**
3. Какие из этих многогранников можно построить из правильных треугольников, а какие – нет? Для ответа на вопрос воспользуйтесь схемой листа из атомов металла, приведенной в конце задачи, и нарисуйте «выкройку» из единичных треугольников (рис. 1б) для всех возможных многогранников. **(6 баллов)**



**Всего – 14 баллов**