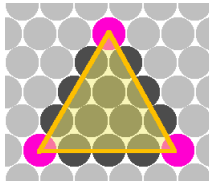


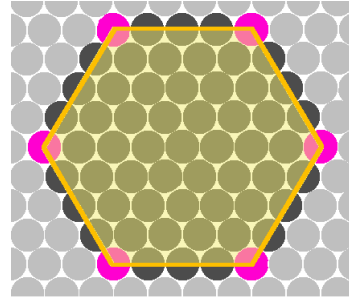


Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 9. Поиск простейших ПМК с шестиугольными и треугольными гранями



а



б

Рис. 1. Примеры «выкройки» на листе металла отдельных граней кластера:
а) треугольной, б) шестиугольной.

На каждое ребро в данном примере приходится по $n = 5$ атомов металла.

Рассмотрим полый металлический кластер (ПМК) в форме выпуклого многогранника X , грани которого являются равносторонними треугольниками (рис. 1а) и шестиугольниками (рис. 1б), а в каждой вершине сходится по y ребер.

1. Какие значения может принимать y ? (1 балл)
2. Воспользовавшись теоремой Эйлера для выпуклых многогранников, для каждого y найдите многогранник Xy с минимальным числом вершин. Опишите, сколько вершин, ребер, треугольных и шестиугольных граней имеет каждый из найденных Xy . (4 балла) На схеме листа из атомов металла (рис. 2) постройте «выкройки» ПМК, отвечающие этим Xy , и назовите каждый из них. (3 балла)
3. Для каждого многогранника Xy выведите зависимость общего числа атомов металла $N(n)$. (4 балла) Рассчитайте $N(2)$ для каждого из них. (1 балл)

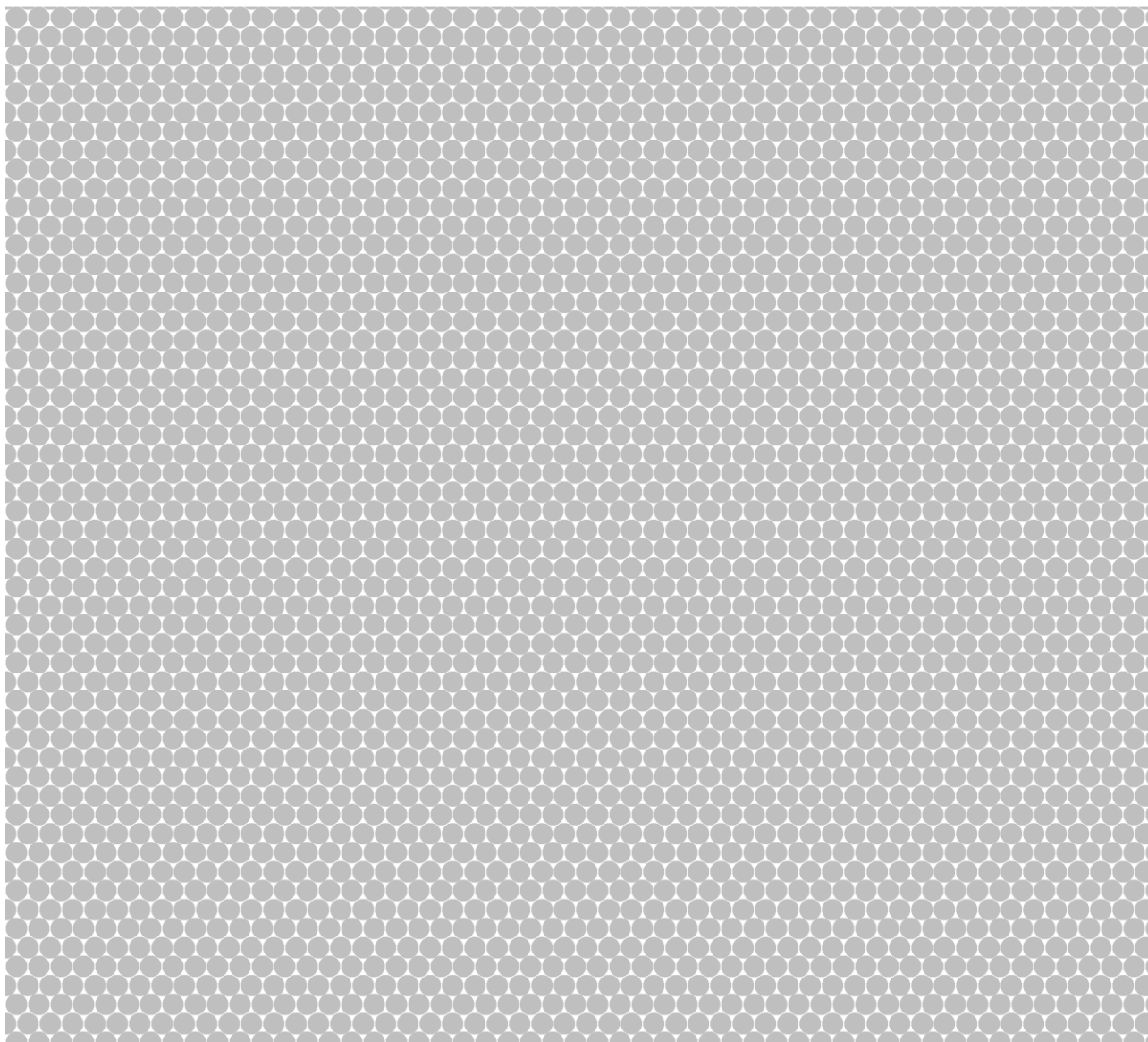


Рис. 2. Схема листа из атомов металла.

Всего – 13 баллов