



Физика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)
Вариант IV. Решения

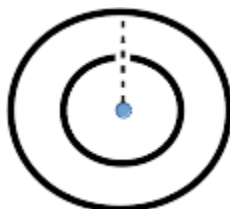
Решение задачи 1. Напыление контактов (8 баллов)

Среднеквадратичная скорость: $\sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

$$V_1 = 491 \text{ м/с}, \quad V_2 = 590 \text{ м/с}$$

Существует распределение молекул по скоростям, но для оценки расстояния между центрами полосок можно пользоваться понятием среднеквадратичной скорости.

При вращении время пролета между малым и большим цилиндрами: $\tau = \frac{R_2 - R_1}{\sqrt{\langle V^2 \rangle}}$



Расстояние на котором будет напылена полоска от пунктирной линии (см. рис.):

$$l = R_2 2\pi\omega\tau = R_2 2\pi\omega \frac{R_2 - R_1}{\sqrt{\langle V^2 \rangle}}$$

Расстояние между полосками: $l_2 - l_1 = \frac{\sqrt{m}R_2(R_2 - R_1)2\pi\omega}{\sqrt{3k}} \left(\frac{1}{\sqrt{T_1}} - \frac{1}{\sqrt{T_2}} \right) \approx 53.2 \text{ мкм.}$

Решение задачи 2. Масс-спектр фуллерена (8 баллов)

При ускорении ионов в электрическом поле: $\frac{m_1 V_1^2}{2} = q_1 U$ и $\frac{m_2 V_2^2}{2} = q_2 U$. Далее в магнитном поле скорости по модулю не будут меняться.

Учитывая, что $q_2 = 2 \cdot q_1$, выразим отношение:

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{2m_1}{m_2}} \approx 1,3. \text{ У двухзарядного иона скорость больше в 1,3 раз.}$$

При движении в магнитном поле по дуге окружности сила Лоренца сообщает центростремительное ускорение: $m\vec{a} = \vec{F}_л$.

$$\frac{m_1 V_1^2}{R} = q_1 V_1 B_1$$

$$B_1 = \frac{m_1 V_1}{q_1 R}, \text{ аналогично } B_2 = \frac{m_2 V_2}{q_2 R}.$$

Учитывая, что $q_2 = 2 \cdot q_1$, выразим отношение:

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{m_2 V_2}{2m_1 V_1} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{2m_1}} \Rightarrow B_2 = B_1 \frac{\sqrt{70}}{\sqrt{2 \cdot 60}} \approx 0,15 \text{ Тл}$$

Решение задачи 3. Плёнки Ленгмюра-Блоджетт (8 баллов)

1. Поверхностно-активные вещества снижают величину поверхностного натяжения, поэтому их применяют в качестве мыла, шампуней и моющих средств, а также в пищевой промышленности в качестве эмульгаторов.
2. Определим число молекул ПАВ, составляющих плёнку:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A,$$

где ν – количество вещества (моль), N_A – число Авогадро (моль⁻¹).

$$N = \frac{17,4 \cdot 10^{-9} \text{ кг}}{0,87 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} = 1,2 \cdot 10^{16}$$

Рассчитаем площадь, занимаемую таким числом молекул ПАВ:

$$S_N = N S_1,$$

где S_N – площадь, занимаемая N молекулами ПАВ (м²), S_1 – площадь поперечного сечения молекулы ПАВ (м²).

$$S_N = 1,2 \cdot 10^{16} \cdot 0,09 \cdot 10^{-18} \text{ м}^2 = 10,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 10,8 \text{ см}^2$$

Полученное значение в три раза превышает площадь плёнки, указанную в условии ($S_N/S = 3$). Следовательно, плёнка состоит из трёх слоёв молекул ПАВ. Так как длина одной молекулы равна 3,2 нм, то толщина плёнки в три раза больше и составляет

$$h = 3L \\ h = 3 \cdot 3,2 \text{ нм} = 9,6 \text{ нм}$$

Решение задачи 4. Нанолазер (8 баллов)

1. Объем элементарной ячейки составляет $V_0 \approx 0,7 \text{ нм}^3$. Объем нанонити: $V \approx 1,66 \cdot 10^{10} \text{ нм}^3$. Полная энергия, требуемая для возбуждения всех элементарных излучателей:

$$E = 4,1 \cdot 10^{-21} \cdot \frac{V}{V_0} \approx 9,7 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$$

2. В пересчете на единицу площади нанонити и с учетом коэффициента $\frac{1}{2}$ (достаточно возбудить половину излучателей) получаем искомую минимальную плотность энергии:

$$I = \frac{1 E}{2 S} = 0,5 \cdot \frac{9,7 \cdot 10^{-11}}{0,55 \cdot 10^{-4} \cdot 55 \cdot 10^{-4}} \approx 160 \text{ мкДж/см}^2$$

Решение задачи 5. Модификация оптических свойств тонких металлоорганических пленок (8 баллов)

1. Пленки на фотографиях имеют разные цвета благодаря интерференции. Поскольку они имеют различные показатели преломления, условие максимума интерференции для отраженных волн в них выполняется при разных длинах волн (толщина пленок и угол падения по условию одинаковые).
2. На спектрах отражения видны максимумы – точки, в которых выполняется условие интерференционных максимумов. Условие максимума m -го порядка для отраженного света (с учетом закона преломления, β - угол преломления, $n_0 = 1$ – показатель преломления воздуха):

$$2dn_i \cos \beta_i = 2dn_i \sqrt{1 - \sin^2 \beta_i} = 2dn_i \sqrt{1 - \frac{n_0^2}{n_i^2} \sin^2 \alpha} = 2d \sqrt{n_i^2 - \sin^2 \alpha} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_i$$

Отсюда выразим:

$$m = \frac{2d \sqrt{n_i^2 - \sin^2 \alpha}}{\lambda_i} - \frac{1}{2}$$

Определим порядок интерференционного максимума через уравнение для пленки, модифицированной пропиональдегидом. В этой пленке условие максимума выполняется при длине волны $\lambda_2 = 470$ нм (по графику).

$$m = \frac{2 \cdot 300 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{1,371^2 - 0,5}}{470 \cdot 10^{-9}} - 0,5 = 1$$

Тогда для пленки без модификации условие первого интерференционного максимума, выполняемое при длине волны $\lambda_1 = 435$ нм (по графику):

$$2d \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha} = \frac{3}{2} \lambda_1$$

Отсюда показатель преломления пленки без модификации:

$$n_1 = \sqrt{\left(\frac{3 \lambda_1}{4 d}\right)^2 + \sin^2 \alpha} = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot 435 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 300 \cdot 10^{-9}}\right)^2 + 0,5} \approx 1,297$$

Альтернативное решение: так как интерференционные максимумы пленок одного и того же порядка, можно его не определять, а только приравнять для двух пленок. Тогда показатель преломления определяется из уравнения:

$$\frac{2 d \sqrt{n_1^2 - \sin^2 a}}{\lambda_1} = \frac{2 d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 a}}{\lambda_2}$$

Решение задачи 6. Адсорбция азота (20 баллов)

1. Определим исходное количество газообразного азота в сосуде при температуре 297K:

$$\rho V = \nu RT$$

$$\nu_1 = \frac{p_1 V}{RT_1}$$

При температуре 77K давление насыщенных паров азота равно 98,1 кПа, поэтому в газовой фазе может присутствовать только

$$\nu_2 = \frac{p_2 V}{RT_2} \text{ моль азота.}$$

Следовательно, конденсировалось

$$\Delta \nu = \nu_1 - \nu_2$$

$$\Delta \nu = \frac{378,6 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 297 \text{ К}} - \frac{98,1 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 77 \text{ К}} =$$

$$= \left(\frac{378,6 \text{ Па}}{297 \text{ К}} - \frac{98,1 \text{ Па}}{77 \text{ К}} \right) \cdot \frac{2,3 \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ моль азота}$$

Значит, масса мембраны увеличится на массу сконденсировавшегося азота, то есть на

$$\Delta m = \Delta \nu \cdot M$$

$$\Delta m = 2 \cdot 10^{-4} \text{ моль} \cdot 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 5,6 \text{ мг}$$

2. Определим число молекул сконденсировавшегося азота

$$n = \Delta \nu \cdot N_A$$

$$n = 2 \cdot 10^{-4} \text{ моль} \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} = 1,2 \cdot 10^{20}$$

Площадь поверхности, которую они занимают, равна

$$S_n = S_1 \cdot n$$

$$S_n = \pi \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot n$$

$$S_n = \pi \cdot \left(\frac{0,32 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{2} \right)^2 \cdot 1,2 \cdot 10^{20} = 9,65 \text{ м}^2$$

Так как по условию молекулы азота адсорбируются на мембране слоем толщиной в одну молекулу, то суммарная площадь n молекул азота равна площади поверхности мембраны. Следовательно, полная площадь поверхности мембраны $S_M = 9,65 \text{ м}^2$.

3. Молекулы азота удерживаются на поверхности мембраны, изготовленной из оксида алюминия, силами Ван-дер-Ваальса.
4. Объем мембраны равен

$$V_M = Sh$$

Поры занимают $\omega = 12\%$ от объема мембраны, поэтому, с одной стороны, их суммарный объем равен

$$V_{\text{пор}} = Sh\omega$$

Так как объем одной цилиндрической поры равен

$$V_1 = \pi R_{\text{п}}^2 h,$$

то, с другой стороны, суммарный объем N пор равен

$$V_N = \pi R_{\text{п}}^2 h N$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} Sh\omega &= \pi R_{\text{п}}^2 h N \\ N &= \frac{S\omega}{\pi R_{\text{п}}^2} \end{aligned}$$

Так как по условию полная площадь поверхности мембраны равна суммарной площади поверхности всех пор, то

$$\begin{aligned} S_M &= 2\pi R_{\text{п}} h N \\ N &= \frac{S_M}{2\pi R_{\text{п}} h} \end{aligned}$$

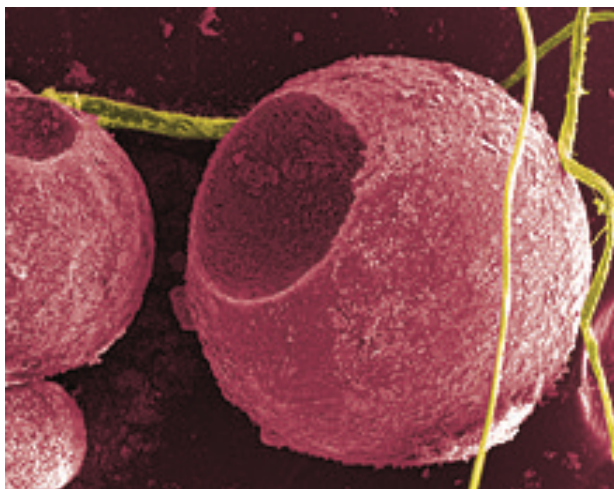
Значит,

$$\begin{aligned} \frac{S\omega}{\pi R_{\text{п}}^2} &= \frac{S_M}{2\pi R_{\text{п}} h} \\ R_{\text{п}} &= \frac{2hS\omega}{S_M} \\ R_{\text{п}} &= \frac{2 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 20,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 0,12}{9,65 \text{ м}^2} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ м} = 10 \text{ нм} \end{aligned}$$

Решение задачи 7. Квантовые точки CdS (20 баллов)

Согласно статье «Квантовая точка», приведенной в Википедии, под этим термином подразумевается «фрагмент проводника или полупроводника (например InGaAs, CdSe, CdS или GaInP/InP), носители заряда (электроны или дырки) которого ограничены в пространстве по всем трём измерениям. Размер квантовой точки должен быть настолько мал, чтобы квантовые эффекты были существенными».

В качестве иллюстрации к данной статье приводится следующий рисунок (микрофотография) с подписью «Квантовые точки сульфида кадмия».



1. Размеры квантовых точек могут варьироваться в зависимости от материала, из которого состоит квантовая точка, но характерные значения находятся обычно в интервале от единиц до десятков нанометров.
2. На микрофотографии изображен объект с размерами, явно превышающими характерный размер квантовых точек. Этот размер настолько мал, что на типичных изображениях квантовых точек можно наблюдать их структуру, т.е. отдельные атомы, из которых они состоят. Увеличение данного снимка таково, что можно видеть мелкие детали на поверхности центральной сферы и вокруг нее, включая некие нити, но атомная структура при этом не видна. Таким образом, размеры изображенных сфер относятся, по-видимому, к микрометровому диапазону, а не к нанометровому.
3. Люминесцентные квантовые точки применяют, например, в экранах современных телевизоров в качестве люминофоров (QLED технология), а также в биологии и медицине – в качестве маркеров заболеваний, для адресной доставки лекарств и т.д.
4. Не являясь микрофотографией, второй рисунок действительно изображает квантовую точку - хорошо видна ее атомная структура (атомы минимум двух сортов), а также некие молекулы, посаженные на поверхность. Оригинальная подпись к рисунку гласит: «Коллоидная квантовая точка, покрытая слоем стабилизатора».

Решение задачи 8. Фотогипертермия раковой опухоли (20 баллов)

Гипертермия – это метод лечения, основанный на локальном нагревании патологической области до температуры, превышающей 42 °С, с целью повредить или убить патологические клетки. В фотогипертермии источником тепла является поглощаемое тканями лазерное излучение. Современные исследования посвящены адресному внедрению в патологические ткани кремниевых наночастиц и исследованию результатов внедрения.

1. Введение в патологические ткани хорошо поглощающих кремниевых наночастиц позволяет получить необходимый контраст в эффективности поглощения лазерного излучения между патологическими и нормальными тканями.

2. Кремниевые наночастицы являются биосовместимыми (т.е. безопасными для человека, инертными, нетоксичными) и биодegradируемыми (легко выводятся из организма, не накапливаясь в тканях).
3. Энергия лазерного излучения, поглощенного в ткани, расходуется на то, чтобы нагреть образец ткани:

$$W_{\text{полг}} = W_{\text{нагр}}$$

Энергия, поглощенная за время t :

$$W_{\text{полг}} = P_{\text{полг}} t$$

Чтобы рассчитать мощность прошедшего излучения, используем закон Бугера-Ламберта:

$$P_{\text{прош}} = P_0 e^{-\alpha d}$$

Тогда мощность поглощенного излучения:

$$P_{\text{полг}} = P_0 - P_{\text{прош}} = P_0(1 - e^{-\alpha d})$$

Энергия, необходимая для нагрева образца с размерами $(a \cdot b \cdot d)$ на $T - T_0$

$$W_{\text{нагр}} = cm(T - T_0) = c\rho abd(T - T_0)$$

В результате получаем уравнение:

$$P_0(1 - e^{-\alpha d})t = c\rho abd(T - T_0)$$

Отсюда время:

$$t = \frac{c\rho abd(T - T_0)}{P_0(1 - e^{-\alpha d})} = \frac{3360 \cdot 1050 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (45 - 20)}{6 \cdot 10^{-3} \cdot (1 - e^{-15 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}})} = 774 \text{ с}$$

$\approx 13 \text{ мин}$