



Химия для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 4. Адсорбция на мембране

1. Полная площадь поверхности мембраны может быть рассчитана как

$$S_T = S_1 + S_2 + S_p,$$

где S_T – полная площадь поверхности мембраны (m^2), S_1 – площадь верхней поверхности (m^2), S_2 – площадь нижней поверхности (m^2), S_p – суммарная площадь всех пор (m^2). Площадь верхней и нижней поверхности можно вычислить по формуле

$$S_1 = S_2 = S_0 - S,$$

где S_0 – площадь поверхности мембраны без учёта пор (m^2), S – суммарная площадь, занимаемая всеми порами на поверхности мембраны (m^2). Кроме того,

$$S_0 = \frac{V}{L},$$

где V – объём мембраны (m^3), L – толщина мембраны (m).

$$V = \frac{m}{\rho},$$

где m – масса мембраны (kg), ρ – плотность пористого оксида алюминия (kg/m^3).

Поскольку цилиндрические поры занимают 10% объёма материала, то суммарная площадь их торцов занимает также 10% от площади поверхности мембраны. Значит,

$$S = 0,1S_0,$$

Площадь торца одной поры равна

$$S_t = \pi r^2,$$

где r – радиус поры (m). Следовательно,

$$\frac{nS_t}{S_0} = 0,1,$$

где n – количество пор. Площадь поверхности пор равна

$$S_p = 2\pi rL \cdot n,$$

где L – толщина мембраны, равная длине поры (поскольку поры цилиндрические).

Таким образом,

$$S_T = S_1 + S_2 + S_p$$

$$S_T = 2(S_0 - S) + S_p$$

$$S_T = 2 \cdot 0,9 \cdot S_0 + S_p$$

$$S_T = 2 \cdot 0,9 \cdot \frac{m}{\rho L} + 2\pi r L \cdot \frac{0,1 S_0}{S_t}$$

$$S_T = 2 \cdot 0,9 \cdot \frac{m}{\rho L} + 2\pi r L \cdot \frac{0,1 m}{\rho L \pi r^2}$$

$$S_T = \frac{m}{\rho} \left(\frac{1,8}{L} + \frac{0,2}{r} \right)$$

$$S_T = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{3200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \left(\frac{1,8}{100 \cdot 10^{-6} \text{ м}} + \frac{0,2}{13 \cdot 10^{-9} \text{ м}} \right) = 2,4 \text{ м}^2$$

Для материалов с порами нанометрового размера и довольно большим содержанием пор (в данном случае 10%) вкладом верхней и нижней поверхностей можно пренебречь, поскольку они гораздо меньше суммарной площади поверхности всех пор. Действительно, в этом случае

$$S_T = \frac{0,2 m}{\rho r}$$

$$S_T = \frac{0,2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{3200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 13 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 2,4 \text{ м}^2$$

2. Так как поверхностная плотность заряда принимает положительное значение, то из электростатических соображений на поверхности мембраны преимущественно будут адсорбироваться анионы Cl^- .
3. Поверхностная плотность заряда может быть рассчитана по формуле

$$\sigma = \frac{Q}{S_T},$$

где σ – поверхностная плотность заряда ($\text{Кл}/\text{м}^2$), Q – суммарный заряд на поверхности мембраны (Кл), S_T – полная площадь поверхности мембраны (м^2). Количество адсорбированных анионов будет максимальным, если их суммарный заряд скомпенсирует фиксированный заряд на мембране, то есть при

$$Q = qN,$$

где q – элементарный заряд (Кл), N – количество адсорбированных ионов. Таким образом,

$$N = \frac{\sigma S_T}{q}$$

$$N = \frac{0,2 \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \cdot 2,4 \text{ м}^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 3 \cdot 10^{18} \text{ ионов.}$$