

Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 10. Закрытые углеродные нанотрубки

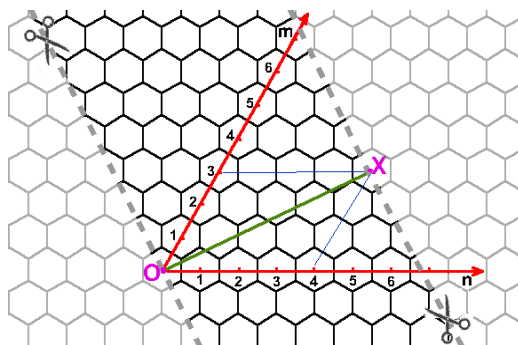


Рис. 1. Любую пару шестиугольников на графеновом листе можно описать двумя натуральными числами, являющимися координатами центра одного из них относительно центра другого в косоугольной системе координат. Развертка открытой углеродной нанотрубки (УНТ) задается с помощью пары чисел (n, m) , называемых индексами хиральности. Для получения УНТ полоску из графенового листа необходимо вырезать по линиям отреза, перпендикулярным OX , свернуть и «склеить» ее края в трубку. На рисунке приведен пример развертки УНТ $(4,3)$.

Закрытые углеродные нанотрубки (ЗУНТ) имеют на каждом торце «шапочку», представляющую собой половинку фуллерена. ЗУНТ так же, как и открытые УНТ (рис. 1), можно представить в виде выкройки на графеновом листе.

Рассмотрим половинку ЗУНТ, у которой в центре «шапочки» находится пятиугольник (ЗУНТ-5) (рис. 2а, отмечен на выкройке темно-серым цветом), а еще пять пятиугольников расположены симметрично относительно него (рис. 2а, отмечены на выкройке светло-зеленым цветом). Положение этих пятиугольников относительно центрального можно задать парой чисел (x, y) (рис. 2б) – индексами хиральности «шапочки» ЗУНТ-5.

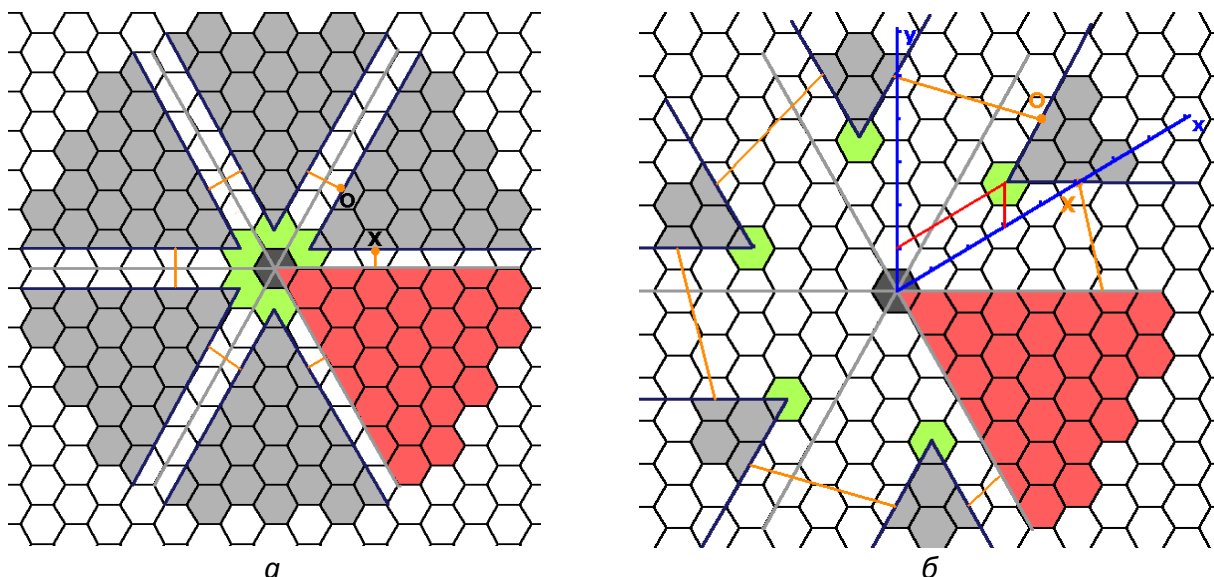


Рис. 2. Примеры выкроек половинок ЗУНТ-5.

а) Минимальная ЗУНТ-5. Удаление красного сектора шириной 60° формирует торцевой (центральный) пятиугольник. В свою очередь, удаление пяти серых секторов производится так, что линии отреза параллельны светло-серым линиям – границам пяти симметричных секторов. Оранжевая линия здесь – это отрезок, задающий ЗУНТ-5 (OX , рис. 1). б) ЗУНТ-5 с индексами хиральности «шапочки» $(3, 1)$.

1. Запишите индексы хиральности (n , m) для нанотрубок, выкройки которых представлены на рис. 2. К каким типам¹ они относятся? Запишите общий вид зависимости (n , m) ЗУНТ-5 от индексов хиральности ее «шапочки» (x , y)? **(4 балла)**
2. Выведите в общем виде зависимость числа атомов N в «шапочке» ЗУНТ-5 от (x , y). **(3 балла)** Границей «шапочки» считать линию, проходящую через центры пяти пятиугольников.
3. На сетке шестиугольников, приведенной в конце условия, постройте выкройку ЗУНТ-5 с «шапочкой» (3, 5) и рассчитайте ее диаметр². **(2 балла)** Воспользовавшись циркулем и линейкой, найдите индексы хиральности (x , y) для «шапочек», дающих ЗУНТ-5 того же диаметра. **(3 балла)**

¹Различают следующие типы нанотрубок:

- зубчатые, $n = m$;
- зигзагообразные, $m = 0$ или $n = 0$;
- хиральные нанотрубки (все остальные значения n и m).

²Атомы углерода считать точечными, длину связи С–С равной $a = 0,14$ нм.

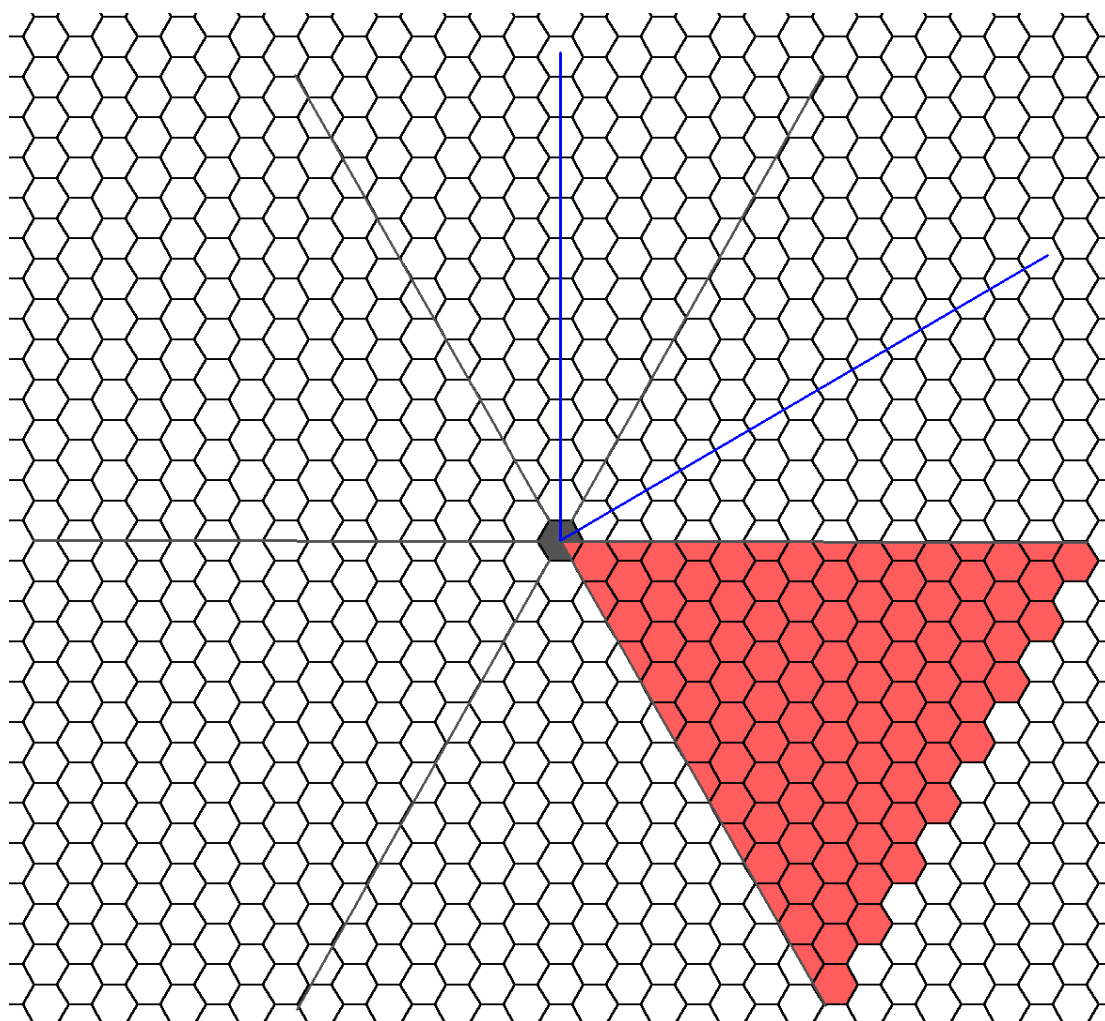


Рис. 3. Сетка шестиугольников для построения выкроек.

Всего – 12 баллов