



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 1. Костный имплант

1. Пьезоэлектрик – это материал, в котором под действием приложенного механического напряжения возникает поляризация.
2. Согласно закону Гука

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где σ – механическое напряжение (Н/м^2), E – модуль Юнга (Па), ε – относительная деформация.

Сила, приложенная к импланту, составит

$$F = mg,$$

где m – масса человека (кг), g – ускорение свободного падения (м/с^2). Тогда механическое напряжение составит

$$\sigma = F/S,$$

где S – площадь сечения импланта (м^2).

Следовательно,

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{SE} = \frac{mg}{SE} = \frac{70 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}}{4,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 2 \cdot 10^9 \text{ Па}} = 7 \cdot 10^{-4} = 0,07\%.$$

3. Судя по графику, зависимость поляризованности наночастицы от механического напряжения линейная, причём напряжению 100 Н/м^2 соответствует поляризованность 20 нКл/м^2 . Следовательно, пьезоэлектрический коэффициент равен

$$P = d\sigma$$

$$d = \frac{P}{\sigma}$$

$$d = \frac{20 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}}{100 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}} = 2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Кл}}{\text{Н}}$$

4. Чтобы наночастица с пьезоэлектрическим коэффициентом $2 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/Н}$ имела поляризованность $0,1 \text{ мКл/м}^2$, необходимо механическое напряжение

$$\sigma = \frac{P}{d}$$

$$\sigma = \frac{1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}}{2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Кл}}{\text{Н}}} = 500000 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 0,5 \text{ МПа}$$

Это меньше предела прочности. Значит, наночастицу можно использовать, если не будет болевых ощущений. При таком напряжении деформация наночастицы ε_n равна

$$\varepsilon_n = \frac{\sigma}{E_n}$$
$$\varepsilon_n = \frac{5 \cdot 10^5 \text{ Па}}{20 \cdot 10^9 \text{ Па}} = 2,5 \cdot 10^{-5},$$

а деформация импланта ε_u равна

$$\varepsilon_u = \frac{5 \cdot 10^5 \text{ Па}}{2 \cdot 10^9 \text{ Па}} = 2,5 \cdot 10^{-4}.$$

Поскольку деформации отличаются в 10 раз (что меньше порога, вызывающего болевые ощущения), то такие наночастицы использовать можно, причём нижний предел напряжений составляет 0,5 МПа (когда поляризованность наночастиц достигает требуемого значения, иначе лечебного эффекта не будет), а верхний предел напряжений будет определяться пределом прочности импланта и составит 10 МПа.